Documents de recherche de l'EBS – EBS Working paper series

N° 2011 – 01

Stratégie prix de fonds différenciés verticalement

Sébastien M. LEMEUNIER
Institut de Recherche de l'EBS
slemeunier@gmail.com

Novembre 2011

European Business School Paris
37 Boulevard Murat
75016 Paris
www.ebs-paris.com

Documents de recherche de l'EBS

Les Documents de recherche de l'EBS ont pour objectif de diffuser rapidement les résultats issus des travaux menés au sein de l'Institut de Recherche de l'EBS (IREBS), afin d'encourager tout à la fois le débat et de faire émerger des suggestions pour les perfectionner.

Le ou les auteur(s) reste(nt) seul(s) responsable(s) des propos ici exprimés. Ceux-ci ne sauraient en aucune mesure engager l'IREBS.

EBS Working paper series

EBS Working papers are intended to make available and disseminate research resulting from works conducted within the EBS Research Institute (IREBS), in order to encourage both discussion and suggestions for revisions.

The author(s) are solely responsible for the content and the views expressed in these papers, which do not necessarily represent the views of IREBS

ISSN: 2107-724X

Ce document peut être téléchargé sur notre site Internet: http://www.ebs-paris.com
This paper can be downloaded from our website: http://www.ebs-paris.com

European Business School Paris
37 Boulevard Murat
75016 Paris
www.ebs-paris.com

Stratégie prix de fonds différenciés verticalement

Sébastien M. LEMEUNIER

Résumé

De nombreuses études empiriques montrent que les fonds fixent leurs prix de façon stratégique en fonction de la qualité. Dans un marché où deux fonds sont différenciés verticalement, nous étudions leurs stratégies en prix lorsque l'information est parfaite et lorsqu'elle est incomplète. Nous montrons que ces deux fonds préfèrent établir leurs prix de manière séquentielle et qu'ils sont indifférents entre les fixer en premier ou en second lorsque l'information est incomplète. En outre la présence d'un fonds de qualité inférieure contraint les deux fonds à proposer des prix plus faibles lorsque le différentiel de qualité est faible.

Mots clefs : différentiation verticale, qualité du produit, gestion collective des fonds

Classification JEL: L11, L15, D82, G23

Price Strategy in a vertically differentiated mutual fund market

Abstract

Several empirical studies show that mutual funds set their prices in a strategic way according to their level of quality. In a market where two mutual funds are vertically differentiated, we study their price strategies in cases of perfect information and when investors are unable to distinguish the type of fund. Our results show that mutual funds prefer to set their price sequentially and that they are indifferent to be the first or the second mover. Additionally, the presence of a lower quality mutual fund compels both mutual funds to set lower prices for low levels quality differences between them.

Keywords : Vertical differentiation, product quality, mutual funds

JEL classification: L11, L15, D82, G23

1. Introduction

L'objectif de ce travail est d'analyser les stratégies en prix de deux fonds avec des niveaux de qualité différents.

La performance passée récente des fonds ne permettant pas nécessairement de présumer de la performance à venir (Malkiel 1995), il est difficile d'apprécier sa qualité. Aussi, un fonds peut être assimilé à un bien d'expérience dans la mesure où sa qualité est difficilement observable avant l'achat mais peut se révéler à l'usage. Cette incertitude pour l'investisseur laisse une place importante aux stratégies en prix entre les fonds présentant des niveaux de qualité différents. Barber, Odean et Zheng (2003) nous révèlent effectivement que certains investisseurs peuvent interpréter des prix plus élevés comme un signal de qualité.

S'il est difficile à la fois de remarquer la qualité et que les prix sont interprétés comme des signaux, comment expliquer les stratégies de prix entre des fonds différenciés verticalement ? Les enjeux d'une telle étude sont importants et portent sur les niveaux de prix vis-à-vis de la qualité. L'existence de fonds de mauvaise qualité permet-elle de baisser les prix ou bien la difficulté de les reconnaître les augmente sans rapport avec la qualité ? Le marché des fonds nécessite-t-il des adaptations théoriques dans l'approche des stratégies de prix?

La littérature souligne ce manque d'adéquation entre la performance constatée et les prix proposés. Hortaçsu et Syverson (2004) ont montré que des fonds, rigoureusement identiques, gérés passivement et indexés sur le S&P 500 proposent leurs produits avec des tarifs très différents tout en coexistant sur le même marché. Harlow et Brown (2006) testent conjointement les critères de la performance et du prix sur la période 1979 – 2003. Ils montrent que le choix optimal pour un investisseur, afin d'accroître ses chances d'acquérir un fonds qui obtiendra de bons résultats dans le futur proche, est de le choisir avec une performance passée récente supérieure et avec des frais relativement peu élevés.

Si les fonds qui présentent de plus faibles performances en moyenne ont des frais plus élevés, Berkowitz et Kotowitz (2002) ont cherché si cela pouvait être un problème interne au fonds et plus précisément à sa gouvernance. Ils montrent que la fixation des prix reste hautement stratégique en dépit de l'introduction de décideurs indépendants (non affiliés) dans le fonds. Leurs études empiriques soulignent que les fonds les plus performants augmentent leurs frais, mais dans une limite qui ne doive pas décourager les futurs investisseurs à investir de nouveau. En revanche, les fonds qui ont eu les pires résultats sont aussi ceux qui présentent les frais les plus élevés.

Metrick et Zeckhauser (1999) ont développé un modèle classique de duopole différencié verticalement où la qualité est coûteuse à fournir dans le cadre d'un jeu séquentiel. Ce modèle original s'applique indistinctement aux automobiles et aux fonds. Ils cherchent à savoir si les rentes des produits de bonne qualité sont plus importantes en augmentant les prix ou les quantités puisque les fonds comme les voitures voient leur demande augmenter en fonction de la qualité perçue. Néanmoins, Metrick et Zeckhauser (1999) ont choisi un jeu séquentiel pour lequel il semble intuitif ou « naturel » que le fonds de qualité supérieure joue le premier. En revanche, Kübler et Müller (2002) évoquent l'existence d'un « *second mover advantage* » dans un modèle différencié verticalement où l'information est parfaite.

Nous proposons donc d'étudier les stratégies de prix de deux fonds différenciés verticalement, sans aléa moral et d'envisager la possibilité de fixer les prix de manière simultanée ou séquentielle. Nos résultats vérifient effectivement la préférence des fonds pour un jeu séquentiel et l'existence d'un « *second-mover advantage* » lorsque l'information est parfaite. En revanche, nous parvenons à une solution viable en information incomplète où les fonds fixent le même prix et sont indifférents entre jouer le premier ou le deuxième. Par ailleurs, l'existence d'un fonds de qualité inférieure permet de diminuer les prix lorsque le différentiel de qualité est faible.

Une première partie présente les hypothèses de notre modèle et définit les caractéristiques de la qualité des fonds et des acteurs. Une deuxième partie décrit le modèle et une troisième résout ce jeu en distinguant un cas où l'information est parfaite et un second où les investisseurs ne peuvent pas reconnaître les fonds.

2. Hypothèses

2.1 Définition de la qualité

En partant du point de vue des investisseurs, nous définissons un fonds de qualité supérieure comme celui qui aura une plus grande chance d'obtenir un alpha relativement plus grand. On suppose donc que la qualité γ_i est la moyenne des alphas de Jensen sur une période donnée.

On désigne par H un fonds de qualité relativement supérieure γ_H à celle d'un fonds L de qualité plus faible γ_L[1].

[1] Nous supposons que du point de vue de l'investisseur, un fonds L géré activement ne peut sous-performer le marché et au pire sa performance sera la même que celle du portefeuille de marché.

On pose $\gamma_H > \gamma_L$, $\gamma_i \geq 0$ et $0 < \gamma_L \leq \gamma_H < 1$.

2.2 Définition de la demande des investisseurs

Un investisseur qui se procure un fonds présente la fonction d'utilité[2] suivante:

$U = \upsilon\gamma_i - P_i$

« υ » est l'appréciation du niveau de qualité par un investisseur. Il est un paramètre de goût. Nous supposons qu'il est distribué de manière uniforme sur l'intervalle [0,1], pour un continuum d'investisseurs. Un investisseur avec un υ élevé sera plus disposé à payer pour obtenir une qualité élevée.

« P_i » est le prix payé pour un fonds en fonction de sa qualité et nous le déterminons à l'équilibre. Ce prix correspond au prix de la gestion active comme service et est normalisé à 0 pour la gestion passive.

Les investisseurs achètent une part de fonds ou zéro. Ils se procurent alors une part de fonds si et seulement si $U \geq 0$.

Cette condition revient à écrire : $\upsilon.\gamma_i - P_i \geq 0$, d'où $\upsilon \geq \frac{P_i}{\gamma_i}$

De fait, si une seule qualité est disponible sur le marché, alors la proportion d'investisseurs ou la demande qui s'adresse aux fonds est de $1 - \frac{P_i}{\gamma_i}$.

Puisque nous nous plaçons dans le cadre d'un équilibre partiel, les conditions évoquées impliquent que les investisseurs préfèrent posséder un fonds que de ne pas en avoir et qu'à prix égal, ils préfèrent le fonds de qualité supérieure.

2.3 Caractéristiques de l'offre

Nous nous situons dans le cadre d'un jeu à deux joueurs représentés par deux fonds dont on veut connaître les stratégies. Nous excluons de fait, l'entrée possible de nouveaux fonds dans ce marché et la possibilité de répétition. Une fois que le fonds est engagé, nous n'envisageons pas non plus la possibilité pour lui de quitter le marché.

---

[2] Cette forme d'utilité qui intègre un paramètre de goût est utilisée par Metrick et Zechauser (1996), Tirole (1988) et Gabszewicz, Shaked et Sutton (1982).

Nous posons par hypothèse, l'existence d'un joueur « Nature » qui attribue des capacités de gestion différentes aux gérants des deux fonds qui de fait, seront différenciés par leur niveau de qualité.
Nous supposons néanmoins que quels que soient les montants gérés, un fonds reste « *price taker* » pour les prix des titres qu'il achète et qu'il vend. La concurrence se fait par les prix à partir de la proportion d'investisseurs qui s'intéressent à l'offre. La seule variable d'ajustement qui permette de maximiser le profit d'un fonds repose donc sur le prix.

3. Le modèle

La maximisation du profit des fonds guidera leur stratégie. Ces profits dépendront de la demande qui leur est adressée en fonction du niveau de qualité qui leur est attribuée, des prix qu'ils choisiront et de l'ordonnancement du jeu. Afin de parvenir à établir ces résultats nous devons présenter les formes de la demande, ses conditions et les formes de profit des fonds.

Selon la valorisation υ du niveau de qualité par les investisseurs, trois cas de figure se présentent :

1) L'investisseur achètera une part de fonds H si et seulement si :

$\upsilon.\gamma_H - P_H \geq \upsilon.\gamma_L - P_L > 0$ d'où $\upsilon \geq \dfrac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}$

en outre, cette condition doit vérifier $\upsilon.\gamma_H - P_H \geq 0$ d'où $\upsilon \geq \dfrac{P_H}{\gamma_H}$

2) L'investisseur achètera une part de fonds L si et seulement si :

$\upsilon.\gamma_L - P_L > \upsilon.\gamma_H - P_H$ d'où $\upsilon < \dfrac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}$

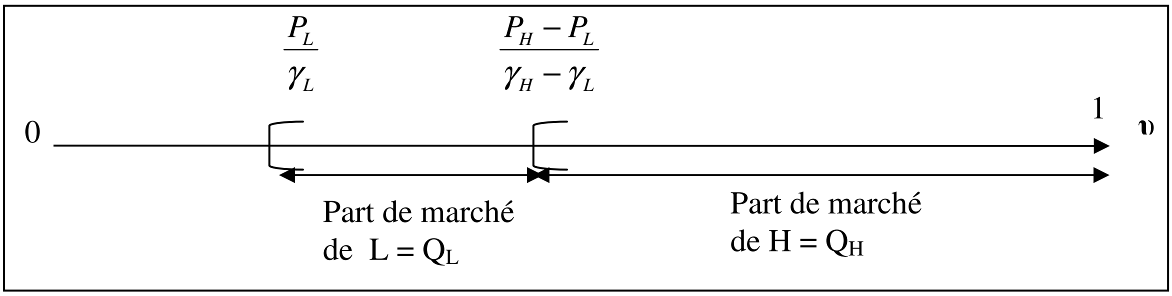
en outre, cette condition doit vérifier $\upsilon.\gamma_L - P_L \geq 0$ d'où $\upsilon \geq \dfrac{P_L}{\gamma_L}$

3) Si ces conditions ne sont pas respectées alors un investisseur n'achètera aucun des deux fonds.

Ces conditions déterminent la demande des investisseurs et départagent les demandes adressées aux deux fonds qui cohabitent ensemble. Aussi H et L sont vendus et cohabitent sur le marché, si et seulement si la condition qui permet de choisir entre un fonds H et un fonds L est supérieure à la condition minimale d'achat de L. Soit $\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} \geq \frac{P_L}{\gamma_L}$.

La valorisation de la qualité par les investisseurs étant distribuée sur le segment [0 ; 1] les demandes des investisseurs adressées à H et L sont respectivement $Q_H = \left(1 - \frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}\right)$ et $Q_L = \left(\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} - \frac{P_L}{\gamma_L}\right)$.

Figure 1 : Répartition des parts de marché des fonds en proportion



Remarque : la condition $\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} \geq \frac{P_L}{\gamma_L}$ est indépendante du positionnement du rapport $\frac{P_H}{\gamma_H}$.

Nous devons toutefois préciser qu'il n'est pas anodin d'avoir $\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} < \frac{P_H}{\gamma_H}$ ou $\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} > \frac{P_H}{\gamma_H}$. La première inégalité n'est pas optimale vis-à-vis des deux fonds dans la mesure où les investisseurs dont le niveau de valorisation de la qualité est situé sur le segment $\left]\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}; \frac{P_H}{\gamma_H}\right[$ ne souhaiteront pas acquérir de fonds. Nous avons donc fondé nos calculs à partir de l'ordonnancement $\frac{P_L}{\gamma_L} < \frac{P_H}{\gamma_H} < \frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}$ et il est possible de vérifier que chacun de nos résultats en termes de prix s'y conforme.

Etant données ces formes de la demande les fonds cherchent à maximiser leurs profits tels que: $\pi_L = P_L \,.\, Q_L$ et $\pi_H = P_H \,.\, Q_H$

4. Les résultats

On distingue ces résultats en fonction du niveau d'information auquel ont accès les investisseurs. Dans un premier cas les investisseurs savent reconnaître un fonds de bonne et de mauvaise qualité et dans un second cas ils ne peuvent distinguer les fonds sinon par les prix. Outre la détermination du prix d'équilibre, les fonds doivent choisir une posture en termes d'ordonnancement de leurs actions en prix dans le jeu. Nos résultats envisagent donc les prix qui maximisent les profits des fonds lorsqu'ils fixent leurs prix simultanément ou de manière séquentielle.

4.1 Les investisseurs peuvent distinguer les fonds

L'information est complète et parfaite. Les investisseurs peuvent aisément reconnaître les fonds et ils en choisiront un en fonction du prix proposé et de leur goût pour la qualité disponible. Nous examinons plusieurs cas de figure. Les fonds vont d'abord fixer leurs prix en même temps, puis L fixera son prix le premier et un troisième cas verra H fixer son prix le premier. Pour chacun de ces cas, les détails des calculs permettant de parvenir au résultat sont présentés en annexe A. Une dernière partie se consacre à la résolution du jeu.

4.1.1. H et L fixent leur prix de façon simultanée

Etant données les demandes adressées aux deux fonds leur profit respectif est :

$$\pi_L = P_L \,.\, Q_L = P_L.\left(\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} - \frac{P_L}{\gamma_L}\right) \quad \text{et} \quad \pi_H = P_H \,.\, Q_H = P_H.\left(1 - \frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}\right)$$

On optimise les deux fonctions de profit afin d'obtenir deux fonctions de réaction.

$$P_L(P_H) = \frac{\gamma_L.P_H}{2\gamma_H} \quad \text{et} \quad P_H(P_L) = \frac{\gamma_H - \gamma_L + P_L}{2}$$

On obtient les valeurs d'équilibre de ce jeu simultané que l'on indice par *sim*

$$\boxed{P_L^{sim} = \frac{\gamma_L.(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)}} \quad (1) \quad \text{et} \quad \boxed{P_H^{sim} = \left(\frac{2\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)}\right)} \quad (2)$$

Etant donnés ces résultats, les profits deviennent :

$$\pi_L^{sim} = \frac{\gamma_L.\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)^2} \quad (3) \quad \text{et} \quad \pi_H^{sim} = \left(\frac{4\gamma_H^2(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)^2}\right) \quad (4)$$

4.1.2. Le fonds L fixe son prix le premier

Puisque nous procédons par le biais d'une induction à rebours et que le fonds L est le premier à fixer son prix alors nous devons préalablement résoudre la fixation du prix de H.

On maximise le profit de H $\pi_H = P_H \cdot Q_H = \left(1 - \frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}\right) P_H$

D'où la fonction de réaction de H : $P_H(P_L) = \frac{\gamma_H - \gamma_L + P_L}{2}$

Nous intégrons la fonction de réaction de $P_H(P_L)$ dans la fonction de profit de L qui le maximise en fonction de P_L, nous obtenons les valeurs d'équilibre de ce jeu séquentiel où L joue le premier avec *séq(L)* $\boxed{P_L^{séq(L)} = \frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)}}$ (5)

On en déduit $\boxed{P_H^{séq(L)} = \frac{(4\gamma_H - \gamma_L)(\gamma_H - \gamma_L)}{4(2\gamma_H - \gamma_L)}}$ (6)

Nous obtenons par ailleurs les profits :

$$\pi_H^{séq(L)} = \frac{(4\gamma_H - \gamma_L)^2(\gamma_H - \gamma_L)}{16(2\gamma_H - \gamma_L)^2} \quad (7) \qquad \text{et} \qquad \pi_L^{séq(L)} = \frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{8(2\gamma_H - \gamma_L)} \quad (8)$$

4.1.3. Le fonds H fixe son prix le premier

Cette fois H fixe son prix le premier et nous commençons par maximiser le profit de L.

Le problème de L consiste donc à maximiser son profit $\pi_L = P_L \cdot Q_L = P_L \cdot \left(\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} - \frac{P_L}{\gamma_L}\right)$

Nous obtenons donc la fonction de réaction de L au prix fixé par H $P_L(P_H) = \frac{\gamma_L . P_H}{2\gamma_H}$

Dans un second temps, H choisit le prix qui maximise son profit, en tenant compte de la fonction de réaction de L ($P_L(P_H)$). Nous avons donc intégré l'expression de $P_L(P_H)$ dans la fonction de profit π_H.

Nous obtenons donc les valeurs d'équilibre dans ce jeu séquentiel où H joue le second que nous indiçons par *séq(H)*:

$$\boxed{P_H^{séq(H)} = \left(\frac{\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(2\gamma_H - \gamma_L)}\right)} \quad (9) \qquad \text{et} \qquad \boxed{P_L^{séq(H)} = \frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)}} \quad (10)$$

A partir de ces résultats nous pouvons obtenir l'expression des profits d'équilibre:

$$\pi_H^{séq(H)} = \left(\frac{\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)}\right) \quad (11) \qquad \text{et} \qquad \pi_L^{séq(H)} = \left(\frac{\gamma_H \gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{4(2\gamma_H - \gamma_L)^2}\right) \quad (12)$$

4.1.4. Synthèse des résultats.

Nous pouvons rassembler ces résultats d'équilibre dans un premier tableau qui décrit les actions des fonds en prix puis dans un second qui présente les *payoffs* des fonds en termes de profits.

Tableau 1 : Actions des fonds en prix avec information parfaite

	Prix fixés simultanément	Prix fixés séquentiellement	
		L joue le second	L joue le premier
H	$P_H^{sim} = \left(\frac{2\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)} \right)$	$P_H^{séq(H)} = \left(\frac{\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(2\gamma_H - \gamma_L)} \right)$	$P_H^{séq(L)} = \frac{(4\gamma_H - \gamma_L)(\gamma_H - \gamma_L)}{4(2\gamma_H - \gamma_L)}$
L	$P_L^{sim} = \frac{\gamma_L \cdot (\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)}$	$P_L^{séq(H)} = \frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)}$	$P_L^{séq(L)} = \frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)}$

Tableau 2 : Matrice des *payoffs* avec information parfaite

	Jeu simultané	Jeu dynamique	
		H joue le premier	L joue le premier
H	$\pi_H^{sim} = \left(\frac{4\gamma_H^2(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)^2} \right)$	$\pi_H^{séq(H)} = \left(\frac{\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)} \right)$	$\pi_H^{séq(L)} = \frac{(4\gamma_H - \gamma_L)^2(\gamma_H - \gamma_L)}{16(2\gamma_H - \gamma_L)^2}$
L	$\pi_L^{sim} = \frac{\gamma_L \cdot \gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)^2}$	$\pi_L^{séq(H)} = \left(\frac{\gamma_H \gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{4(2\gamma_H - \gamma_L)^2} \right)$	$\pi_L^{séq(L)} = \frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{8(2\gamma_H - \gamma_L)}$

Cette matrice des *payoffs* fait apparaître le dilemme classique d'une comparaison entre un jeu simultané et des jeux séquentiels, pour des biens différenciés verticalement. On peut vérifier que les profits des fonds quel que soit le type de jeu sont croissants en fonction du différentiel de qualité et que les deux fonds ont la même stratégie dominante : $\pi_H^{séq(L)} > \pi_H^{séq(H)} > \pi_H^{sim}$ et $\pi_L^{séq(H)} > \pi_L^{séq(L)} > \pi_L^{sim}$.

Les fonds préfèrent tous les deux un jeu séquentiel à un jeu simultané. Du point de vue, des investisseurs, cette préférence se traduit par un désagrément puisque les prix d'équilibre dans les deux jeux séquentiels sont supérieurs aux prix du jeu simultané.

Par ailleurs, il apparaît un *«first mover disadvantage »* où celui qui joue en second a une prime. Nous sommes donc dans une situation insoluble où les deux fonds préfèrent tous les deux jouer en deuxième.

Dans cette situation les deux fonds attendent tous les deux que l'autre fixe son prix le premier. Cette situation n'est toutefois pas satisfaisante puisque les deux joueurs sont suspendus à l'action de l'autre et le jeu est bloqué. Le marché des fonds et les caractéristiques de ce produit vont cependant nous permettre de nous extraire de cette situation et d'obtenir une solution plus admissible.

4.2 Solutions où l'information est incomplète : on ne peut reconnaître les fonds

Dans une perspective plus proche de la réalité, nous supposons cette fois qu'il n'est pas possible pour les investisseurs de distinguer les fonds autrement que par les prix. Effectivement même si notre qualité correspond à la moyenne des alphas de Jensen, la performance passée récente ne permet pas de présumer de la performance future, puisqu'un fonds H peut très bien sous-performer par rapport à un fond L. On suppose par ailleurs que les investisseurs ne sont pas assez sophistiqués pour établir la performance moyenne des fonds. Il est donc difficile pour les investisseurs de reconnaître les fonds autrement que par les prix qui leur sont proposés. Nous supposons en revanche que les investisseurs connaissent l'ordre de grandeur des caractéristiques de qualité des deux fonds qui a été attribué par le joueur nature et qu'ils peuvent en déduire les prix correspondants. Dans cette situation de sélection adverse, les fonds auront la possibilité de s'imiter, sans être démasqués dans la mesure cependant où leur prix est un signal crédible. Puisque l'équilibre simultané est strictement dominé alors les deux fonds joueront de façon séquentielle.

Nous recensons néanmoins tous les cas possibles, afin de construire une matrice des *payoffs.* Si un fonds L peut se faire passer pour le fonds H alors cette distinction n'a plus d'importance et finalement seul le fait d'être le joueur 1 ou 2 a de l'importance sachant que les investisseurs ont connaissance du niveau de qualité et des prix qui sont supposés en découler.

Tableau 3 : Enumération des stratégies des deux fonds.

Ordre du jeu	Stratégie du premier joueur	Stratégies du second joueur
Joueur 1	P_1	$P_2 < P_1$
	P_1	$P_2 = P_1$
	P_1	$P_2 > P_1$

Pour plus de clarté nous distinguons le fonds H du fonds L tout en précisant s'il est le premier ou le second joueur dans la description de nos résultats :

H joue le premier : Stratégie de H lorsque L propose $P_L < P_H$

Dans ce cas le fonds L révèle qu'il est le fonds de qualité inférieure. Nous retrouvons donc les mêmes prix (9) et (10) qu'en information parfaite comme meilleures réponses de H et de L avec les profits (11) et (12). Puisque dans ce cas de figure, les investisseurs peuvent distinguer les deux fonds par leur prix, nous qualifions ces prix de « séparateur » et nous indiçons chaque prix et profit de cet équilibre par « s » soit P^S_H et P^S_L.

L joue le premier : Stratégie de L lorsque H propose $P_L < P_H$

Le fonds H cherche à se faire passer pour le fonds L. Les rôles sont donc inversés. L joue P^S_H et H joue P^S_L et les quantités adressées à L sont La demande adressée à L devient Q_L = $\left(1-\dfrac{P_H-P_L}{\gamma_H-\gamma_L}\right)$ et celle adressée à H devient Q_H = $\left(\dfrac{P_H-P_L}{\gamma_H-\gamma_L}-\dfrac{P_L}{\gamma_L}\right)$.

H joue le premier : Stratégie de H lorsque L propose $P_L=P_H$

Si L imite H, ce dernier ne tient pas compte de la fonction de réaction de L et optimisera directement son profit à partir de la fonction de demande des investisseurs. Ces derniers qui ne peuvent alors distinguer les deux fonds font leur choix au hasard et de fait leur fonction de demande change. Les investisseurs qui seront intéressés par l'acquisition d'un fonds ont une utilité espérée qui doit respecter $U = ½.\upsilon.(\gamma_H + \gamma_L) - P_H > 0$.

Comme les prix sont identiques on qualifie les prix d'équilibre correspondants de « mélangeants » ainsi que les profits et nous les indiçons par un M.

Un investisseur achète un fonds si et seulement si $U = ½.\upsilon.(\gamma_H + \gamma_L) - P_H > 0$

Soit $\upsilon \geq \dfrac{2P_H}{\gamma_L+\gamma_H}$

Les choix étant effectués au hasard, nous en déduisons une fonction de demande espérée identique pour chaque fonds

$$E(Q_H) = E(Q_L) = \frac{1}{2}\left(1-\frac{2P_H}{\gamma_L+\gamma_H}\right)$$

Le profit mélangeant du fonds H que nous cherchons à optimiser par le prix P^M_H est

$$\pi_H^M = \left(\frac{1}{2} - \frac{P_H}{\gamma_L + \gamma_H}\right).P_H\,.$$

On pose $\dfrac{\partial \pi_H^M}{\partial P_H} = 0 = \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{P_H}{\gamma_L + \gamma_H}\right) - \dfrac{P_H}{\gamma_L + \gamma_H}$

On en extrait la meilleure réponse de H qui est le prix $\boxed{P_H^M = \dfrac{\gamma_L + \gamma_H}{4}}$

Les profits qui découlent de ce prix sont donc $\pi_H^M(P_H^M) = \pi_L^M(P_H^M) = \left(\dfrac{\gamma_L + \gamma_H}{16}\right)$

L joue le premier : Stratégie de L lorsque H propose P_L=P_H

L et H sont donc d'accord pour supprimer tout signal de différenciation et se confondre en adoptant un équilibre mélangeant. Les deux fonds jouent P^M_H.

H joue le premier : Stratégie de H lorsque L propose $P_L > P_H$

Si le seul moyen pour les investisseurs de reconnaître les fonds passe par les prix, on ne peut exclure la possibilité pour L de se faire passer pour H, dès lors qu'il peut proposer un prix supérieur à celui de H en tant que joueur numéro deux. Les investisseurs sont toutefois conscients de la possibilité pour L de se faire passer pour le fonds H. Aussi, reconnaître le fonds H par le seul fait qu'il propose un prix supérieur à celui de L, n'est sans doute pas un signe de reconnaissance fiable.

Néanmoins, puisque les investisseurs connaissent les caractéristiques de qualité des fonds sans pouvoir distinguer les fonds, on suppose qu'ils peuvent en déduire les deux meilleurs prix de H aux deux premières stratégies de L ($P_L < P_H$ et $P_L = P_H$). Soient $\boxed{P_H^S = \left(\dfrac{\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(2\gamma_H - \gamma_L)}\right)}$

et $\boxed{P_H^M = \dfrac{\gamma_L + \gamma_H}{4}}$.

Ces deux prix sont donc des <u>signaux crédibles</u> à disposition de H, afin de manifester qu'il est effectivement H.

Il nous reste à savoir en outre, lequel des deux prix doit choisir H et dans quelles conditions. Afin d'être un signal crédible, le choix de H entre P^S_H et P^M_H doit relever d'un objectif rationnel en ligne avec ses intérêts.

Nous devons comparer les profits de H et déterminer les valeurs de γ_H pour lesquelles il est rationnel ou crédible de proposer P^S_H ou P^M_H.

L'ordre de grandeur des profits permettra de mettre en évidence des caractéristiques du marché pour lesquelles, il est rationnel pour le fonds H de proposer un prix spécifique.
La détermination de ces caractéristiques et des profits est une interprétation faite par les investisseurs.
Il existe un point d'intersection[3] γ_H^* entre les profits de H $\pi_H^S(P_H^S)$ et $\pi_H^M(P_H^M)$ où le fond H est indifférent entre un équilibre mélangeant et un équilibre séparateur. $\gamma_H^*=1{,}39\,\gamma_L$ et dépend positivement de γ_L.
Il apparaît que pour un faible différentiel de qualité entre γ_H et γ_L, un équilibre mélangeant est préférable et à partir d'un différentiel de qualité (γ_H^* - γ_L) = 0,39 γ_L le fonds H sera plus intéressé par un équilibre de séparation en se différenciant.
A partir de γ_H^* les investisseurs pourront se situer et discerner les « stratégies crédibles ».
Dès lors si H propose P^M_H pour des niveaux de qualité tels que $\gamma_H < \gamma_H^*$ et P^S_H pour des niveaux de qualité tels que $\gamma_H > \gamma_H^*$ alors le fonds H est crédible. En revanche, dès lors que le fonds L propose des prix supérieurs à P^M_H ou P^S_H pour ces cas précis alors il sera démasqué et la demande qui lui sera adressée sera nulle. La demande adressée à H est donc $Q_H = \left(1 - \frac{P_H}{\gamma_H}\right)$ et celle de L $Q_L = 0$

L joue le premier : Stratégie de L lorsque H propose $P_L > P_H$

De la même manière si le fonds L joue le premier, il cherchera à être crédible en proposant P^M_H si $\gamma_H < \gamma_H^*$ et P^S_H si $\gamma_H > \gamma_H^*$. Aussi si le fonds H propose des prix supérieurs il pourra être démasqué comme un fonds de mauvaise qualité et la demande qui lui sera adressée sera nulle. La demande adressée à H est $Q_H= 0$ et celle de L $Q_L = \left(1 - \frac{P_H}{\gamma_H}\right)$.

Si l'on rassemble ces résultats en termes de premier et de second joueur alors on obtient la matrice des *payoffs* :

Tableau 4 : Matrice des payoffs des fonds avec sélection adverse.

[3] Le point d'intersection que l'on cherche entre $\pi_H^S(P_H^S) = \pi_H^M(P_H^M)$ revient résoudre l'égalité $\left(\frac{\gamma_L+\gamma_H}{16}\right) = \left(\frac{\gamma_H(\gamma_H-\gamma_L)}{2(2\gamma_H-\gamma_L)}\right)$ soit $9\gamma_H\gamma_L - 6\gamma_H^2 - \gamma_L^2 = 0$. On en déduit le discriminant $\Delta = 57\gamma_L^2 > 0$ et la $\gamma_H^* = \frac{\gamma_L(9+\sqrt{57})}{12}$ qui doit être supérieure à 1 puisque $\gamma_H > \gamma_L$.

Stratégie du second joueur		Profits du premier joueur	Profits du second joueur
$P_2 < P_1$		$\pi_H^S(P_H^S) = \left(\dfrac{\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)}\right)$	$\pi_L^S(P_L^S) = \left(\dfrac{\gamma_H \gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{4(2\gamma_H - \gamma_L)^2}\right)$
$P_2 = P_1$		$\pi_H^M(P_H^M) = \left(\dfrac{\gamma_L + \gamma_H}{16}\right)$	$\pi_H^M(P_H^M) = \left(\dfrac{\gamma_L + \gamma_H}{16}\right)$
$P_2 > P_1$	$\gamma_H < \gamma_H^*$	$\pi_H(P_H^M) = \left(1 - \dfrac{P_H^M}{\gamma_H}\right) P_H^M$ $\pi_H(P_H^M) = \left(\dfrac{2\gamma_L\gamma_H + 3\gamma_H^2 - \gamma_L^2}{16\gamma_H}\right)$	$\pi_L(P_L) = 0$
	$\gamma_H > \gamma_H^*$	$\pi_L(P_L) = 0$	$\pi_H(P_H^S) = \left(1 - \dfrac{P_H^S}{\gamma_H}\right) P_H^S$ $\pi_H(P_H^S) = \dfrac{\gamma_H^2(\gamma_H - \gamma_L)}{(2\gamma_H - \gamma_L)^2}$

Dans ce jeu, le fait que les investisseurs ne puissent reconnaître la qualité avantage le fonds L puisqu'il peut se faire passer pour le fonds H. Par ailleurs, le fonds H ne tire plus vraiment parti de son avantage de fonds de qualité supérieure. En revanche, plus le différentiel de qualité entre les deux fonds est important et plus leurs profits sont importants.

Si nous raisonnons par rapport à la pire des situations ($P_2>P_1$) il apparaît que le fonds qui ne propose pas un prix crédible se révèle comme le fonds L et obtient un profit nul. Le second joueur a alors pour seule possibilité d'imiter le premier ou de se dévoiler comme le fonds L en proposant un prix inférieur.

Afin d'être crédible, le premier joueur est contraint de proposer soit P^M_H pour des valeurs $\gamma_H < \gamma_H^*$ ou P^S_H lorsque $\gamma_H > \gamma_H^*$. Pour résoudre ce jeu, nous devons encore comparer l'intérêt pour le joueur 2 d'imiter le premier ou se faire passer pour L.

Quatre situations doivent être comparées:

1) Le joueur 1 propose P^S_H et le second propose un prix inférieur.
2) Le joueur 1 propose P^S_H et le second l'imite.
3) Le joueur 1 propose P^M_H et le second l'imite
4) Le joueur 1 propose P^M_H et le second propose un prix inférieur

Nous calculons les profits du second joueur pour ces quatre situations que nous comparons ensuite et illustrons dans le cadre d'une simulation.

1) *Le joueur 1 propose $P^S{}_H$ et le second propose un prix inférieur.*

Dans ce cas le second joueur se fait passer pour le fonds L et son profit que nous connaissons est $\pi_L^S(P_L^S) = \left(\dfrac{\gamma_H \gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{4(2\gamma_H - \gamma_L)^2}\right)$

2) *Le joueur 1 propose $P^S{}_H$ et le second l'imite.*

La demande adressée aux deux fonds est identique avec $Q_H = Q_L = \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{P_H^S}{\gamma_L + \gamma_H}\right)$ et le prix appliqué est $P_H^S = \left(\dfrac{\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(2\gamma_H - \gamma_L)}\right)$. Le profit mélangeant du second joueur est donc $\pi_L^M(P_H^S) = \left(\dfrac{\gamma_L \gamma_H(3\gamma_H - \gamma_L)(\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)^2(\gamma_H + \gamma_L)}\right)$.

3) *Le joueur 1 propose $P^M{}_H$ et le second l'imite*

Dans ce cas nous connaissons le profit du second joueur qui est $\pi_L^M(P_H^M) = \left(\dfrac{\gamma_L + \gamma_H}{16}\right)$

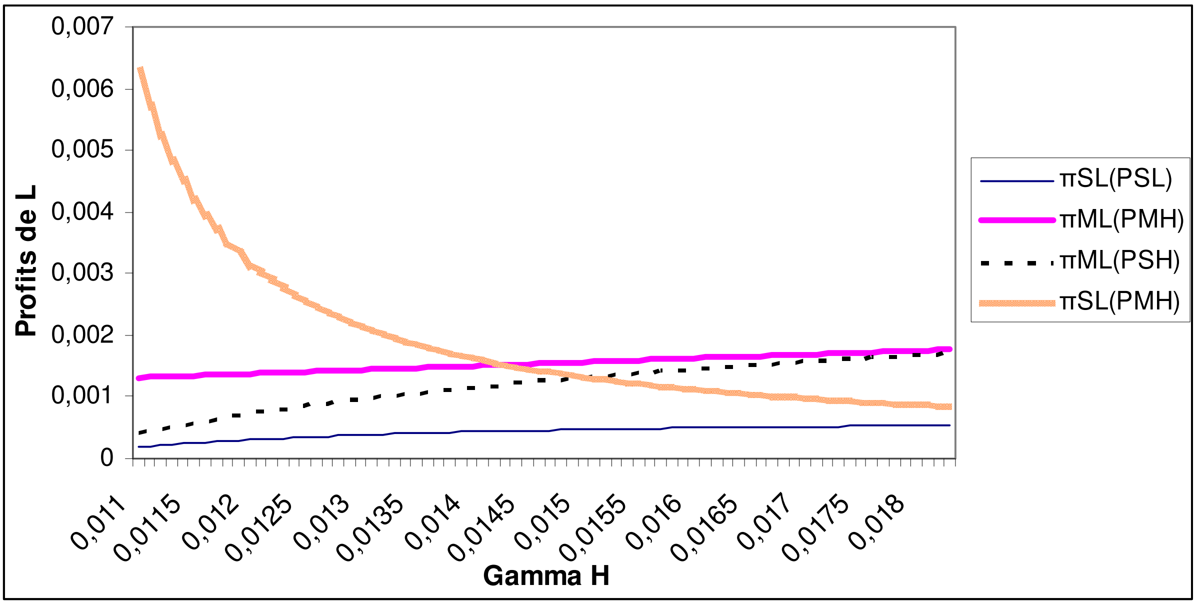
4) *Le joueur 1 propose $P^M{}_H$ et le second propose un prix inférieur*

Si le joueur 1 propose $P^M{}_H$, en proposant un prix inférieur, le second joueur se fait alors passer pour le fonds de mauvaise qualité. En reprenant la fonction de réaction de L $P_L(P_H) = \dfrac{\gamma_L . P_H}{2\gamma_H}$, on obtient $P_L^S(P_H^M) = \dfrac{\gamma_L(\gamma_H + \gamma_L)}{8\gamma_H}$

Lorsque les prix sont distincts, le profit de L étant $\pi_L = P_L . \left(\dfrac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} - \dfrac{P_L}{\gamma_L}\right)$, on obtient le profit $\pi_L^S(P_H^M) = \dfrac{\gamma_L(\gamma_H + \gamma_L)^2}{64\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}$

Afin de comparer les 4 profits de L, nous procédons à leur représentation graphique.

Graphique 1 : les profits du joueur 2 en fonction de ses stratégies avec sélection adverse



Rmq : cette simulation a été réalisée avec; $\gamma_L = 0{,}01$.

De ce graphique nous pouvons extraire les observations suivantes :

$\pi^M{}_L\,(P^M{}_H) \geq \pi^M{}_L\,(P^S{}_H) > \pi^S{}_L\,(P^S{}_L)$

En revanche, la préférence du second joueur entre $\pi^S{}_L\,(P^M{}_H)$ et $\pi^M{}_L\,(P^M{}_H)$ est à nuancer. Il existe effectivement un niveau de qualité γ'_H à partir duquel le joueur 2 préférera se faire passer pour le fonds L ou imiter le joueur 1.

Puisque nous connaissons les meilleures réponses du second joueur et leur classement, nous pouvons résoudre le jeu en déterminant les meilleures réponses du joueur 1.

Si le joueur 1 joue $P^M{}_H$

Il apparaît que pour $\gamma_H < \gamma'_H$ alors $\pi^S{}_L(P^M{}_H) > \pi^M{}_L(P^M{}_H)$ et pour $\gamma_H > \gamma'_H$ nous avons $\pi^S{}_L(P^M{}_H) < \pi^M{}_L(P^M{}_H)$. Les coordonnées du point γ'_H correspondent à la solution de l'équation[4] $\pi^S{}_L(P^M{}_H) = \pi^M{}_L(P^M{}_H)$. Nous obtenons $\gamma'_H = \gamma_L\left(\frac{5+\sqrt{41}}{8}\right) = 1{,}425\gamma_L$.

Pour un faible différentiel de qualité, un « effet de concurrence » domine et le second joueur choisira de se distinguer en se faisant passer pour le fonds de qualité inférieure. Pour un différentiel de qualité plus important il préférera imiter le joueur 1. Lorsque les valeurs de γ_H sont proches de γ_L, les valeurs des prix de séparation ($P^S{}_L$ et $P^S{}_H$) sont très faibles puisque le degré de différenciation en termes de qualité est faible et la concurrence est très importante.

[4] On résout le système $\left(\frac{\gamma_L+\gamma_H}{16}\right) = \frac{\gamma_L(\gamma_H+\gamma_L)^2}{64\gamma_H(\gamma_H-\gamma_L)}$ soit $4\gamma_H^2 - 5\gamma_H\gamma_L - \gamma_L^2 = 0$

Or pour de faibles valeurs de γ_H, P^M_H est très élevé par rapport à ces deux prix de séparation. Aussi, la proposition du prix P^M_H par le joueur 1 pour de faibles valeurs de γ_H représente une opportunité pour le joueur 2 en ouvrant une guerre des prix. Cet effet de concurrence perdure jusqu'au point γ'_H où le deuxième fonds est indifférent entre imiter le premier ou s'en distinguer.

Nous devons encore comparer γ^*_H qui gouverne la crédibilité du premier joueur lorsqu'il propose P^M_H ou P^S_H et γ'_H qui est la limite de l'effet de concurrence du second joueur. Nous savons que $\gamma^*_H < \gamma'_H$.

Aussi si le premier joueur propose P^M_H et :

si $\gamma_H \leq \gamma^*_H$; l'effet de concurrence l'emporte et le deuxième fonds va chercher à optimiser son prix en révélant qu'il est le fonds de qualité inférieure. Il propose P^S_L.

si $\gamma^*_H < \gamma_H < \gamma'_H$; le premier fonds n'est plus crédible en proposant P^M_H. Le deuxième fonds va donc proposer P^S_H, se faire passer pour H et accaparer toute la demande.

si $\gamma_H \geq \gamma'_H$; le joueur 1 n'est pas non plus crédible et de même, le fonds 2 se fait passer pour H en proposant P^S_H.

Si le joueur 1 propose P^S_H

Pour des valeurs de $\gamma_H \leq \gamma^*_H$, ce prix n'est pas crédible et le joueur 2 fonds pourrait se faire passer pour le fonds H en proposant P^M_H. Néanmoins, pour ces valeurs de γ_H, l'effet de concurrence l'emporte. Il est alors préférable pour le joueur 2 d'imiter le premier joueur en proposant aussi P^S_H. Pour $\gamma_H > \gamma^*_H$, en proposant P^S_H, le premier fonds envoie un signal de crédibilité et le deuxième fonds l'imitera.

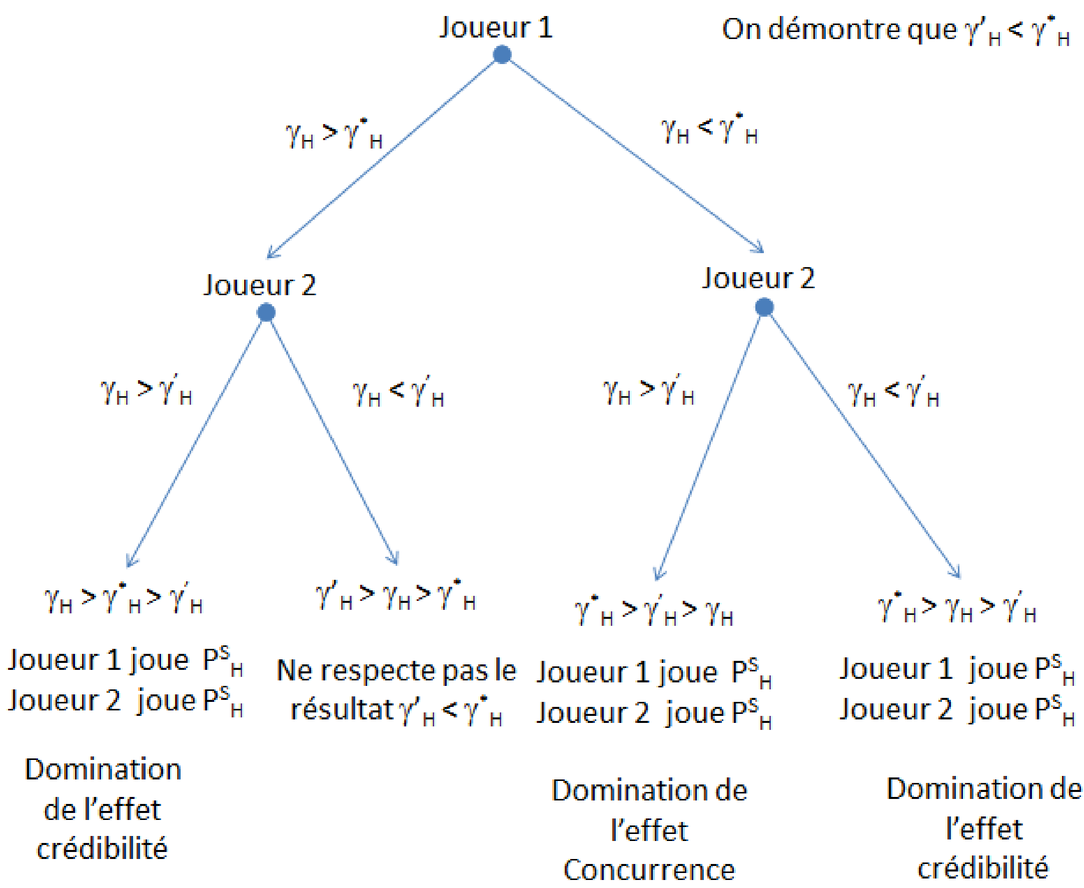
Résolution du jeu et stratégie du joueur 1

Le joueur 1 est contraint d'être crédible s'il souhaite se faire passer pour le joueur de qualité supérieure. Cette contrainte de crédibilité est toutefois en ligne avec ses intérêts s'il propose P^M_H tant que $\gamma_H \leq \gamma^*_H$ et P^S_H si $\gamma_H > \gamma^*_H$. Néanmoins, pour des valeurs de $\gamma_H \leq \gamma^*_H$ il ne peut exclure l'opportunité pour le deuxième joueur de proposer un prix inférieur, afin de profiter de l'effet de concurrence. S'il propose P^S_H en revanche, il risque de voir le joueur 2 proposer P^M_H et se faire passer pour le fonds H. Cependant, le deuxième fonds ne le fera pas puisque l'effet de concurrence affecterait également son profit. De fait, l'effet concurrence l'emporte sur la crédibilité du prix pour $\gamma_H < \gamma'_H$. Au-delà de γ'_H, le joueur 1 obtient un profit supérieur en proposant P^S_H et ne subit pas de contrainte.

Nous pouvons donc conclure que le joueur 1 propose donc P^S_H quelle que soit la valeur de γ_H et le deuxième fonds l'imitera systématiquement. Les profits des deux fonds sont donc les mêmes. De fait le « *second-mover advantage* » disparaît pour laisser les deux joueurs indifférents entre jouer en premier ou en second.

Lorsque les investisseurs ne peuvent distinguer les fonds alors les fonds H ne tire aucun avantage du fait d'avoir une qualité supérieure. Il est contraint de proposer P^S_H qui n'est pas un prix optimal dès lors que le fonds L l'imite et partage le marché à parts égales avec le fonds L. Ce dernier est le grand gagnant dans cette situation puisque le profit mélangeant qui en résulte est supérieur en tous points à celui de l'équilibre de séparation. Néanmoins, pour de faibles valeurs de γ_H les investisseurs bénéficient d'un prix plus faible que P^M_H grâce au comportement opportuniste du fonds H. Par ailleurs, les investisseurs qui valorisent le plus la qualité continuent de payer le même prix P^S_H mais ils font leur choix au hasard. Les investisseurs qui valorisent le moins la qualité, n'ont plus accès au prix P^S_L qui caractérisait le fonds L et sont donc pénalisés.

Figure 2 : Solutions du jeu



5. Conclusion.

Nous avons étudié les stratégies de prix des fonds dans le cadre d'un duopole différencié verticalement lorsque l'information est parfaite et lorsqu'elle est incomplète. Quelle que soit la nature du fonds lorsque l'information est parfaite il préfère un jeu séquentiel à un jeu simultané mais il existe un « *second-mover disadvantage* » qui laisse le jeu en suspend. En revanche lorsque l'information est incomplète, les deux fonds sont indifférents entre jouer le premier ou le second. Néanmoins, la présence du fonds de mauvaise qualité contraint le fonds de qualité supérieure de baisser les prix pour de faibles de niveaux de qualité.
Metrick et Zeckhauser (1999) ont posé d'office dans leur modèle que le fonds de qualité supérieure jouait le premier. En information parfaite, ils n'ont donc pas tout à fait raison et en information incomplète, ils peuvent le supposer puisque les fonds y sont indifférents.

ANNEXE A Calcul des prix et des profits d'équilibre

A.1 H et L fixent leur prix de façon simultanée

Ceci correspond à la situation d'un duopole de Bertrand avec un produit différencié verticalement.

$$\pi_L = P_L \,.\, Q_L = P_L . \left(\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} - \frac{P_L}{\gamma_L} \right) \quad \text{et} \quad \pi_H = P_H \,.\, Q_H = P_H . \left(1 - \frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} \right)$$

On optimise les deux fonctions de profit afin d'obtenir deux fonctions de réaction.

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial P_L} = 0 \Rightarrow \left(\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} - \frac{P_L}{\gamma_L} \right) - \left(\frac{1}{\gamma_H - \gamma_L} + \frac{1}{\gamma_L} \right) . P_L = 0 \qquad \boxed{P_L(P_H) = \frac{\gamma_L . P_H}{2\gamma_H}}$$

$$\frac{\partial \pi_H}{\partial P_H} = 0 \;\Rightarrow\; \left(1 - \frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}\right) - \left(\frac{P_H}{\gamma_H - \gamma_L}\right) = 0 \qquad \boxed{P_H(P_L) = \frac{\gamma_H - \gamma_L + P_L}{2}}$$

$P_H(P_L)$ et $P_L(P_H)$ sont deux équations à deux inconnus dont on extrait les solutions d'équilibre

$$\boxed{P_L = \frac{\gamma_L.(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{P_H = \left(\frac{2\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)}\right)}$$

Etant donnés ces résultats, les profits deviennent :

$$\pi_L = \frac{\gamma_L.\gamma_H(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)^2} \qquad \text{et} \qquad \pi_H = \left(\frac{4\gamma_H^2(\gamma_H - \gamma_L)}{(4\gamma_H - \gamma_L)^2}\right).$$

<u>A.2 Le fonds L fixe son prix le premier</u>

Puisque nous procédons par le biais d'une induction à rebours et que le fonds L est le premier à fixer son prix alors nous devons préalablement résoudre la fixation du prix de H.

On maximise le profit de H $\pi_H = P_H \,.\, Q_H = \left(1 - \frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}\right).P_H$, par l'opération

$$\frac{\partial \pi_H}{\partial P_H} = 0 \;\Rightarrow\; \left(1 - \frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L}\right) - \left(\frac{P_H}{\gamma_H - \gamma_L}\right). = 0$$

D'où la fonction de réaction de H : $P_H(P_L) = \frac{\gamma_H - \gamma_L + P_L}{2}$

Nous intégrons la fonction de réaction de $P_H(P_L)$ dans la fonction de profit de L.

$$\pi_L = \left(\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} - \frac{P_L}{\gamma_L}\right)P_L \qquad \text{devient alors } \pi_L = \left(\frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L) - (2\gamma_H - \gamma_L)P_L}{2\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}\right)P_L$$

En optimisant ce profit de L, nous obtenons

$$\frac{\partial \pi_L}{\partial P_L} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L) - 2(2\gamma_H - \gamma_L)P_L}{2\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)} = 0$$

D'où $\boxed{P_L = \frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)}}$. On en déduit $\boxed{P_H = \frac{(4\gamma_H - \gamma_L)(\gamma_H - \gamma_L)}{4(2\gamma_H - \gamma_L)}}$

En intégrant ces prix dans les prix nous obtenons les profits suivants :

$$\pi_H = \frac{(4\gamma_H - \gamma_L)^2(\gamma_H - \gamma_L)}{16(2\gamma_H - \gamma_L)^2} \qquad \text{et} \qquad \pi_L = \frac{\gamma_L(\gamma_H - \gamma_L)}{8(2\gamma_H - \gamma_L)}$$

<u>A.3 Le fonds H fixe son prix le premier</u>

Cette fois H fixe son prix le premier et nous commençons par maximiser le profit de L.

Le problème de L consiste donc à maximiser son profit $\pi_L = P_L \,.\, Q_L = P_L \cdot \left(\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} - \frac{P_L}{\gamma_L} \right)$

tel que : $\frac{\partial \pi_L}{\partial P_L} = 0$ ce qui revient à écrire : $\left(\frac{P_H - P_L}{\gamma_H - \gamma_L} - \frac{P_L}{\gamma_L} \right) - \left(\frac{1}{\gamma_H - \gamma_L} + \frac{1}{\gamma_L} \right) . P_L = 0$

Nous obtenons donc la fonction de réaction de L au prix fixé par H $\boxed{P_L(P_H) = \frac{\gamma_L . P_H}{2\gamma_H}}$

Dans un second temps, H choisit le prix qui maximise son profit, en tenant compte de la fonction de réaction de L ($P_L(P_H)$). Nous avons donc intégré l'expression de P_L (P_H) dans la fonction de profit π_H.

$$\text{Soit} \quad \pi_H = P_H \,.\, Q_H = \left(1 - \frac{P_H - \frac{\gamma_L P_H}{2\gamma_H}}{\gamma_H - \gamma_L} \right) . P_H$$

H choisit son prix de manière à maximiser cette fonction de profit : $\frac{\partial \pi_H}{\partial P_H} = 0$ d'où

$$\left(1 - \frac{P_H . (1 - \frac{\gamma_L}{2\gamma_H})}{\gamma_H - \gamma_L} \right) - \left(\frac{(1 - \frac{\gamma_L}{2\gamma_H})}{\gamma_H - \gamma_L} \right) . P_H = 0$$

Nous obtenons donc les valeurs d'équilibre :

$$\boxed{P_H^* = \left(\frac{\gamma_H (\gamma_H - \gamma_L)}{(2\gamma_H - \gamma_L)} \right)} \qquad \text{et} \qquad \boxed{P_L^* = \frac{\gamma_L (\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)}}$$

A partir de ces résultats nous pouvons obtenir l'expression des profits d'équilibre:

$$\pi_H^* = \left(\frac{\gamma_H (\gamma_H - \gamma_L)}{2(2\gamma_H - \gamma_L)} \right) \qquad \pi_L^* = \left(\frac{\gamma_H \gamma_L (\gamma_H - \gamma_L)}{4(2\gamma_H - \gamma_L)^2} \right)$$

Bibliographie

[1] Baker M., Litov L., Wachter J. A., Wurgler J. [2007]; "Can mutual fund managers pick stocks? Evidence from their trades prior to earnings announcements"; Working paper EFA 2005; November 13, 2007

[2] Barber B., Odean T., Zheng L. [2005]; "Out of sight, out of mind: The effects of expenses on mutual fund flows"; The Journal of Business 78: 2095 -2120; 2005

[3] Berkowitz M. K., Kotowitz Y. [2002]; " Managerial quality and the structure of management expenses in the US mutual fund industry"; International Review of Economics and Finance 11 315-330; 2002

[4] Brown S. Goetzmann W. [1995]; "Performance persistence"; The Journal of Finance. Vol L, N°2; June 1995

[5] Capon N., Fitzsimons G. J., Prince R. A., [1996]; “An individual level analysis of the mutual fund investment decision”; Journal of financial services research 10 1996

[6] Grossman S. J., Stiglitz J. E. [1980]; "On the Impossibility of Informationally Efficient Markets";The American Economic Review, Vol. 70, N°3 p. 393-408 June 1980

[7] Gruber M. J. [1996]; "Another puzzle: The growth in actively managed mutual funds"; The journal of finance; Juillet 1996

[8] Hendricks D., Patel J., Zeckhauser R. [1993]; "Hot hands in mutual funds: the persistence of performance, 1974-88" The Journal of Finance 48 1993

[9] Hortaçsu A, Syverson C. [2004]; "Search Costs, Product Differentiation, and the Welfare Effects of Entry: A case Study of S&P 500 Index Funds"; Quarterly Journal of Economics, 2004, N°119(2), pp. 403. 2004

[10] Kübler D., Müller W. [2002]; "Simultaneous and sequential price competition in heterogeneous duopoly markets: Experimental evidence"; International Journal of Industrial Organization Vol 20(10) December 2002

[11] Malkiel B.G. [1995]; “Returns From Investing in Equity Mutual Funds 1971 to 1991”; Journal of Finance, 50(2), p.549-72.

[12] Metrick A., Zeckhauser R. [1999]; "Price versus Quantity: Market clearing Mechanisms when Consumers are uncertain about Quality"; Journal of Risk and Uncertainty 17:3 215-242; 1999

[13] Milgrom P., Roberts J. [1986]; "Price and Advertising Signals of Product Quality"; Journal of Political Economy Vol 94 n°4 1986

[14] Sirri E., Tufano P. [1998]; "Costly search and mutual fund flows"; The journal of finance; Octobre 1998

[15] Tirole J. [1988]; "The Theory of Industrial Organization"; The MIT Press; 1988